

# R E Š E N J A

Klasifikacionog ispita iz Matematike za 2024. godinu:

1. Uprostiti izraz  $I = \frac{x^2 - 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2}$ .

$$\begin{aligned} I &= \frac{x^2 - 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - xy - 3xy + 3y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x(x-y) - 3y(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \\ &= \frac{(x-y)(x-3y)}{(x-y)(x+y)} = \boxed{\frac{x-3y}{x+y}}, \text{ za } x \neq \pm y. \end{aligned}$$

2. Rastaviti na faktore polinom  $P(x) = 81x^3 - 3$ .

$$\begin{aligned} P(x) &= 3[27x^3 - 1] = 3[3^3x^3 - 1^3] = 3[(3x)^3 - 1^3] = \\ &= 3(3x-1)((3x)^2 + 3x + 1) = \boxed{3(3x-1)(9x^2 + 3x + 1)}. \end{aligned}$$

3. Odrediti Najmanji Zajednički Delilac za polinome  $x^2 - 1$  i  $x^2 - 2x + 1$ .

Kako je  $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$  i  $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ , NZD je  $\boxed{x-1}$ .

4. Rešiti jednačinu  $2x + \frac{3x-1}{2} - \frac{5x-2}{3} = 2$ .

Ako jednačinu pomnožimo sa 6 dobijamo

$$\begin{aligned} 12x + 3(3x-1) - 2(5x-2) &= 12 \iff 12x + 9x - 3 - 10x + 4 = 12 \\ \iff 11x &= 11 \iff \boxed{x=1}. \end{aligned}$$

5. Rešiti jednačinu  $\frac{6x-1}{2+x} = 3$ .

Za  $x \neq -2$  imamo da je  $6x-1 = 6+3x \iff 3x=7 \iff \boxed{x=\frac{7}{3}}$ .

6. Rešiti sistem jednačina  $3x + 5y = 1 \wedge 3x - 2y = 8$ .

Ako prvu jednačinu pomnožimo sa  $-1$  i dodamo drugoj, dobijamo

$$\begin{aligned} -3x - 5y &= -1 \wedge 3x - 2y = 8 \iff -7y = 7 \wedge 3x - 2y = 8 \\ \iff y &= -1 \wedge 3x + 2 = 8 \iff \boxed{x=2} \wedge \boxed{y=-1}. \end{aligned}$$

7. Rešiti jednačinu  $(x-2)^2 - 9 = 0$ .

$$\begin{aligned} (x-2)^2 - 9 &= 0 \iff (x-2)^2 - 3^2 = 0 \iff (x-2-3)(x-2+3) = 0 \iff \\ (x-5)(x+1) &= 0 \iff x-5=0 \vee x+1=0 \iff \boxed{x=5} \vee \boxed{x=-1}. \end{aligned}$$

8. Za koju vrednost parametra  $m \in \mathbb{R}$  kvadratna jednačina  $x^2 + 6x + m = 0$  ima realna rešenja?

Jednačina ima realna rešenja ako i samo ako je  $D = b^2 - 4ac \geq 0$ , tj. ako je  
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot m \geq 0 \iff 36 - 4m \geq 0 \iff \boxed{m \leq 9}$ .

9. Rešiti nejednačinu  $(x - 1)^2 - 4 > 0$ .

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 - 2^2 &= (x + 1)(x - 3) > 0 \iff \\ [(x + 1 < 0 \wedge x - 3 < 0) \vee (x + 1 > 0 \wedge x - 3 > 0)] &\iff \\ [x < -1 \vee x > 3] &\iff \boxed{x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)}. \end{aligned}$$

10. Rešiti jednačinu  $(2020)^{x^2 - 5x + 4} = 1$ .

$$(2024)^{x^2 - 5x + 4} = 1 \iff (2024)^{x^2 - 5x + 4} = (2024)^0 \iff x^2 - 5x + 4 = 0 \iff \boxed{x = 1} \vee \boxed{x = 4}.$$

11. Rešiti jednačinu  $\log_4(3x + 4) = 3$ .

Za  $3x + 4 > 0 \iff x > -\frac{4}{3}$  je

$$\log_4(3x + 4) = 3 \iff 3x + 4 = 4^3 \iff 3x + 4 = 64 \iff 3x = 60 \iff \boxed{x = 20}.$$

12. Izračunati vrednost izraza  $I = \log_6 2 + \log_6 3$ .

$$I = \log_6 2 + \log_6 3 = \log_6(2 \cdot 3) = \log_6 6 = \boxed{1}.$$

13. Rešiti nejednačinu  $\frac{x - 1}{x + 2} < 1$ .

$$\begin{aligned} \text{Za } x \neq -2, \text{ je } \frac{x - 1}{x + 2} < 1 &\iff \frac{x - 1}{x + 2} - 1 < 0 \iff \frac{x - 1 - x - 2}{x + 2} < 0 \iff \frac{-3}{x + 2} < 0 \\ &\iff x + 2 > 0 \iff x > -2 \iff \boxed{x \in (-2, +\infty)}. \end{aligned}$$

14. Rešiti jednačinu  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ .

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \iff 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \iff (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0.$$

Smenom  $2^x = t$  dobijamo:  $t^2 - 5t + 4 = 0 \iff t = 1 \vee t = 4$ , pa je:

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \iff 2^x = 1 \vee 2^x = 4 \iff \boxed{x = 0} \vee \boxed{x = 2}.$$

15. Napisati kanonski oblik parabole  $y = x^2 - 2x + 1$ .

$$y = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = 1 \cdot \left( x + \frac{-2}{2 \cdot 1} \right)^2 + \frac{4 \cdot 1 \cdot 1 - (-2)^2}{4 \cdot 1} = \boxed{(x - 1)^2}.$$

Ispitivač: Prof. dr Žarko Popović